ÁLGEBRA LINEAL COMO EJE DEL DESARROLLO DE LA INTELIGENCIA ARTIFICIAL MODERNA

Mónica Avelina Gutiérrez Haros1, Álvaro Peraza Garzón2, Gloria Irene Téllez Rodríguez1, Roberto Antonio Martínez Thompson1

1Universidad Politécnica de Sinaloa (MÉXICO)

2Instituto Tecnológico de Mazatlán, TecNM (MÉXICO)

Resumen

El presente artículo analiza el papel central del álgebra lineal en el desarrollo y funcionamiento de las arquitecturas modernas de inteligencia artificial (IA). A partir de un estudio teórico-documental complementado con validación computacional en frameworks como NumPy, PyTorch y TensorFlow, se identifican las operaciones algebraicas fundamentales que sustentan modelos como redes neuronales profundas, redes convolucionales, Transformers y redes neuronales de grafos. Los resultados muestran que transformaciones lineales, productos internos, multiplicaciones matriz-matriz, descomposiciones matriciales y operaciones tensoriales constituyen la infraestructura matemática que permite representar, transformar y aprender patrones en espacios de alta dimensión. Asimismo, se evidencia una correspondencia exacta entre la formulación matemática y su implementación computacional, lo que confirma la solidez del álgebra lineal como base operativa de la IA. Finalmente, se discuten las implicaciones educativas derivadas de estos hallazgos, destacando la necesidad de integrar el álgebra lineal aplicada en la formación en ingeniería y ciencias computacionales, con enfoques que articulen teoría, programación y experimentación para una comprensión profunda del comportamiento interno de los modelos.

Palabras clave: Álgebra lineal, aprendizaje profundo, espacios vectoriales, inteligencia artificial, redes neuronales, transformaciones lineales.

Abstract

This article analyzes the central role of linear algebra in the development and functioning of modern artificial intelligence (AI) architectures. Based on a theoretical-documentary study complemented by computational validation using frameworks such as NumPy, PyTorch, and TensorFlow, the fundamental algebraic operations underpinning models such as deep neural networks, convolutional networks, Transformers, and graph neural networks are identified. The results show that linear transformations, inner products, matrix–matrix multiplications, matrix decompositions, and tensor operations constitute the mathematical infrastructure that enables these models to represent, transform, and learn patterns in high-dimensional spaces. Likewise, an exact correspondence is observed between the mathematical formulation of these operations and their computational implementation, confirming the robustness of linear algebra as the operational foundation of AI. Finally, the educational implications of these findings are discussed, highlighting the need to integrate applied linear algebra into engineering and computer science training through approaches that connect theory, programming, and experimentation to foster a deeper understanding of the internal behavior of AI models.

Keywords: Artificial intelligence, deep learning, linear algebra, linear transformations, neural networks, vector spaces.

# INTRODUCción

La inteligencia artificial (IA) moderna se ha consolidado como una de las tecnologías más influyentes en la ciencia y la ingeniería, impulsada por su capacidad para procesar grandes volúmenes de datos, reconocer patrones complejos y generar predicciones con alta precisión [[1](#Ped)]. Estas capacidades se sustentan en estructuras matemáticas que permiten representar, transformar y analizar información de manera eficiente. Entre ellas, el álgebra lineal constituye el eje conceptual y operativo sobre el cual se construyen las arquitecturas contemporáneas de aprendizaje automático, como redes neuronales profundas, redes convolucionales, modelos Transformer y redes neuronales de grafos [[2](#Dei19)], [[3](#Hea17)].

En todos estos sistemas, los datos (imágenes, secuencias de texto, señales de audio o grafos) deben transformarse en vectores, matrices o tensores para ser procesados. Esta representación en espacios vectoriales de alta dimensión habilita la aplicación de transformaciones lineales, productos internos, multiplicaciones matriz-matriz y descomposiciones, que determinan la estructura interna de los modelos y su capacidad para aprender representaciones cada vez más abstractas [[2](#Dei19)]- [[4](#Bis06)]. Desde esta perspectiva, la IA puede entenderse como un sistema algebraico que aprende relaciones internas mediante cálculos que responden a la geometría de los espacios vectoriales donde se procesan los datos.

Sin embargo, persiste una brecha significativa entre el uso práctico de los modelos de IA y la comprensión de sus fundamentos algebraicos, especialmente en el ámbito de la formación en ingeniería y ciencias computacionales [[5](#Win25)]. Con frecuencia, las herramientas de aprendizaje profundo se emplean como “cajas negras”, lo cual limita la capacidad de estudiantes y profesionales para interpretar resultados, diagnosticar errores o diseñar arquitecturas más sólidas [[3](#Hea17)], [[6](#Gir22)]. Este distanciamiento entre teoría y práctica plantea desafíos relevantes para la educación tecnológica y exige una reflexión profunda sobre el papel del álgebra lineal en la formación de futuros especialistas en IA.

En este contexto, el presente artículo analiza el papel del álgebra lineal como estructura matemática fundamental que articula el funcionamiento de las principales arquitecturas de IA. Se examinan los conceptos algebraicos esenciales para la representación y transformación de datos, se describe su integración en modelos contemporáneos de aprendizaje automático y se discuten las implicaciones educativas derivadas de esta relación. Asimismo, se plantea la necesidad de fortalecer la enseñanza del álgebra lineal mediante enfoques aplicados, visuales y computacionales que conecten la teoría con su implementación en frameworks como NumPy, TensorFlow y PyTorch [[2](#Dei19)]- [[4](#Bis06)].

El artículo se organiza en cuatro apartados: (1) fundamentos del álgebra lineal aplicados a la IA moderna; (2) la metodología empleada para el análisis teórico y computacional; (3) los resultados del estudio; y (4) las implicaciones educativas y conclusiones para la formación en ingeniería y ciencias computacionales.

## Relevancia del álgebra lineal en la IA moderna

El desarrollo de la inteligencia artificial moderna se sustenta en la capacidad de representar y transformar datos en espacios vectoriales de alta dimensión. En estos espacios, las estructuras fundamentales del álgebra lineal (vectores, matrices y tensores) permiten modelar información de forma numérica y manipulable, constituyendo el punto de partida para cualquier arquitectura de aprendizaje automático [[2](#Dei19)]. Independientemente del tipo de dato de entrada, los modelos convierten la información en representaciones vectoriales sobre las cuales se aplican transformaciones lineales y operaciones matriciales que determinan el flujo de información a través de las capas del sistema [[3](#Hea17)].

En las redes neuronales profundas (DNN), cada capa realiza una transformación lineal de la forma , seguida de una función de activación no lineal; estas operaciones permiten aprender representaciones más complejas [[7](#Jim23)]. En las redes convolucionales (CNN), los filtros actúan como operadores matriciales que implementan los productos internos locales para extraer características espaciales relevantes [[8](#Mac03)]. En los modelos Transformer, el mecanismo de atención escalada se basa multiplicaciones matriz-matriz del tipo , que miden la similitud entre representaciones vectoriales, mientras que en las redes neuronales de grafos (GNN) la propagación de información se expresa mediante operaciones , donde la matriz de adyacencia define la estructura de conexión entre nodos [[3](#Hea17)], [[8](#Mac03)], [[9](#Moy24)]

A pesar de sus diferencias arquitectónicas, estos modelos convergen en un principio común: todos dependen de operaciones algebraicas que estructuran su capacidad de representación, generalización y aprendizaje. Desde los productos internos hasta las descomposiciones espectrales utilizadas en reducción de dimensionalidad y regularización, el álgebra lineal proporciona el marco formal que explica cómo se organiza, transforma y propaga la información dentro de los modelos de IA [[2](#Dei19)], [[4](#Bis06)], [[8](#Mac03)]. Comprender estos fundamentos resulta indispensable para interpretar el comportamiento de los modelos, evaluar su estabilidad numérica y diseñar soluciones computacionales robustas.

## Problema identificado en la formación actual

A pesar de la estrecha relación entre el álgebra lineal y la inteligencia artificial, en muchos programas de ingeniería y ciencias computacionales persiste una desconexión entre la enseñanza tradicional del álgebra lineal y su aplicación real en modelos de IA [[5](#Win25)], [[7](#Jim23)]. Con frecuencia, esta área se aborda desde un enfoque predominantemente procedimental, centrado en la resolución manual de sistemas de ecuaciones, el cálculo de determinantes o la manipulación mecánica de matrices. Si bien estos contenidos son necesarios, rara vez se vinculan con interpretaciones geométricas, espectrales o computacionales que permitan comprender su papel en arquitecturas como DNN, CNN, Transformers o GNN [[3](#Hea17)], [[4](#Bis06)], [[8](#Mac03)].

Como consecuencia, muchos estudiantes y profesionales utilizan frameworks como PyTorch o TensorFlow como “cajas negras”, confiando en su funcionamiento sin comprender las operaciones algebraicas subyacentes. Esta desconexión dificulta la interpretación de fenómenos críticos del aprendizaje profundo, como el mal condicionamiento matricial, la explosión o desaparición del gradiente, la inestabilidad numérica o la redundancia en las representaciones [[3](#Hea17)], [[8](#Mac03)], [[9](#Moy24)]. A su vez, limita la capacidad para diagnosticar fallas, optimizar arquitecturas o adaptar modelos a nuevos contextos de aplicación.

La creciente complejidad de modelos contemporáneos (Transformers, las redes neuronales de grafos o los sistemas de recomendación basados en factorización matricial) hace aún más evidente la necesidad de una integrar álgebra lineal aplicada y pensamiento computacional avanzado en la formación profesional [[2](#Dei19)], [[9](#Moy24)], [[10](#Str16)]. Sin un dominio conceptual sólido, el estudiantado corre el riesgo de operar los modelos de IA sin comprender su funcionamiento interno, reduciendo su capacidad crítica y restringiendo su potencial de innovación tecnológica. Este escenario plantea un desafío educativo central: rediseñar la enseñanza del álgebra lineal para articular teoría, visualización geométrica y experimentación computacional en coherencia de la IA moderna.

## Propósito y alcances del estudio

El propósito central de este estudio es analizar cómo el álgebra lineal constituye la base matemática fundamental que habilita el funcionamiento de las principales arquitecturas de IA. A diferencia de enfoques generales que abarcan múltiples áreas matemáticas, este trabajo se centra en los conceptos algebraicos que permiten representar datos, aplicar transformaciones lineales, realizar descomposiciones matriciales y operar en espacios vectoriales de alta dimensión, elementos esenciales en modelos como redes neuronales profundas, CNN, Transformers y GNN [[2](#Dei19)]- [[4](#Bis06)], [[8](#Mac03)], [[9](#Moy24)].

En particular, el estudio persigue dos objetivos principales. El primer es establecer la correspondencia entre los principios del álgebra lineal (como multiplicaciones matriz-matriz, productos internos y análisis espectral) y las operaciones internas de los modelos de IA, siguiendo aportes Goodfellow et al. [[3](#Hea17)] y Bishop [[4](#Bis06)]. El segundo objetivo es mostrar cómo conceptos interpretativos, tales como autovalores, ortogonalidad, normas vectoriales y subespacios, permiten comprender la geometría interna de los modelos y diagnosticar problemas como inestabilidad numérica. mal condicionamiento o saturación de grafos [[3](#Hea17)], [[4](#Bis06)], [[8](#Mac03)].

Finalmente, el estudio amplía su alcance hacia el ámbito formativo, proponiendo una reflexión sobre la necesidad de integrar el álgebra lineal aplicada en la enseñanza de la ingeniería y las ciencias computacionales. La literatura reciente en matemáticas para machine learning y en educación en IA enfatiza que el dominio conceptual del álgebra lineal es un requisito para interpretar, diseñar y optimizar modelos avanzados [[2](#Dei19)], [[7](#Jim23)], [[9](#Moy24)].

# FUNDAMENTOS DEL ÁLGEBRA LINEAL APLICADOS A LA INTELIGENCIA ARTIFICIAL MODERNA

El álgebra lineal constituye la base matemática que posibilita la representación, transformación y análisis de datos en las arquitecturas modernas de inteligencia artificial (IA). Su relevancia se manifiesta en la estructura interna de modelos profundos, en los mecanismos de atención, en la propagación de mensajes en grafos y en la reducción de dimensionalidad utilizada para estabilizar el entrenamiento y mejorar la interpretabilidad [[1](#Ped)]. Esta sección presenta cinco bloques fundamentales del álgebra lineal que articulan el funcionamiento de los modelos contemporáneos de IA, en consistencia con obras de referencia como Deisenroth et al. [[2](#Dei19)], Goodfellow et al. [[3](#Hea17)], Strang [[10](#Str16)] y Bishop [[4](#Bis06)].

## Representación vectorial y espacios de alta dimensión

Todo modelo de IA requiere transformar los datos (imágenes, secuencias, audio o grafos) en vectores, matrices o tensores. Estas estructuras permiten ubicar la información en espacios vectoriales de alta dimensión, donde pueden realizarse operaciones lineales y mediciones geométricas [[2](#Dei19)], [[3](#Hea17)]. La representación vectorial es el punto de partida de cualquier arquitectura, pues define la forma en que los datos serán procesados y qué relaciones pueden aprenderse.

En modelos como redes neuronales profundas y Transformers, las representaciones iniciales condicionan la calidad del aprendizaje; por ejemplo, los embeddings en procesamiento de lenguaje natural o los tensores espaciales en visión por computadora determinan cómo se capturan patrones estructurales [[3](#Hea17)], [[4](#Bis06)]. De esta manera, la representación vectorial se convierte en el primer puente entre el dato bruto y el modelo algebraico subyacente.

## Transformaciones lineales y operadores matriciales

Las transformaciones lineales constituyen el núcleo operativo de arquitecturas como las redes neuronales profundas. En estas, cada capa realiza una operación del tipo: , donde es una matriz de pesos que transforma la representación del dato y es un vector de sesgo [[3](#Hea17)]. En convolución, los filtros se interpretan como operadores matriciales que aplican productos internos localizados sobre regiones de la entrada, proceso esencial para la extracción de características espaciales [[4](#Bis06)].

En redes neuronales de grafos (GNN), la propagación de información entre nodos se expresa mediante operaciones como: , donde es la matriz de adyacencia y la matriz de características de nodos [[9](#Moy24)]. Estas transformaciones permiten que los modelos aprendan estructuras jerárquicas y patrones complejos.

## Geometría de similitud: productos internos, normas y distancias

Los mecanismos de atención, esenciales en los modelos Transformer, se basan directamente en la geometría de similitud. La atención escalada utiliza una multiplicación matriz–matriz entre matrices de consulta y claves: , que mide similitud entre vectores en espacios de alta dimensión [[3](#Hea17)], [[4](#Bis06)]. De forma general, los productos internos, las normas y las distancias influyen en la manera en que los modelos comparan información, agrupan patrones y determinan relevancia en secuencias.

Estos conceptos también son esenciales en modelos de recomendación, análisis de vecinos cercanos y métricas de representación. La geometría de similitud permite comprender por qué ciertos vectores quedan próximos en el espacio, así como fenómenos de colapsos de representación o separación lineal [[2](#Dei19)], [[4](#Bis06)].

## Análisis espectral y descomposiciones matriciales

El análisis espectral permite estudiar la estructura interna de matrices de datos y de pesos mediante autovalores y autovectores. Técnicas como la descomposición en valores singulares (SVD) y el análisis de componentes principales (PCA) son fundamentales para:

* reducir dimensionalidad,
* estabilizar el entrenamiento,
* eliminar redundancia,
* y revelar patrones latentes [[4](#Bis06)], [[10](#Str16)].

En IA, estas descomposiciones se aplican a la inicialización de pesos, regularización, compresión de modelos y análisis de capas profundas. Su fundamentación algebraica permite explicar por qué algunos modelos generalizan mejor o mantienen estabilidad numérica durante el entrenamiento.

## Álgebra tensorial y computación paralela

El entrenamiento de modelos modernos se basa en operaciones tensores multidimensionales realizadas en paralelo mediante GPU y TPU. Frameworks como PyTorch y TensorFlow implementan estas operaciones de forma optimizada, utilizando estructuras algebraicas que permiten ejecutar miles de multiplicaciones y sumas de manera simultánea [[2](#Dei19)], [[3](#Hea17)].

El álgebra tensorial posibilita:

* el entrenamiento eficiente de redes profundas,
* el cálculo de gradientes mediante diferenciación automática,
* y la distribución de cargas computacionales en hardware especializado.

Sin este marco algebraico, la IA moderna sería computacionalmente inviable.

Los cinco bloques descritos muestran cómo el álgebra lineal actúa como la columna vertebral de la inteligencia artificial moderna. No solo sustenta la operación matemática de los modelos, sino que ofrece herramientas interpretativas para comprender su comportamiento interno, diagnosticar inestabilidad, evaluar representaciones y diseñar arquitecturas más robustas. Su dominio constituye, por tanto, una competencia esencial para cualquier especialista en IA y una base indispensable para la formación en ingeniería y ciencias computacionales.

# METODOLOGÍA

La investigación se desarrolló mediante un enfoque cualitativo de tipo teórico–documental, complementado con una validación computacional orientada a analizar la correspondencia entre los principios del álgebra lineal y su implementación en modelos modernos de inteligencia artificial (IA). Este diseño permitió integrar el análisis conceptual, arquitecturas de aprendizaje profundo y experimentación computacional en frameworks contemporáneos como NumPy, PyTorch y TensorFlow, centrales en la formación de especialistas en IA [[2](#Dei19)], [[3](#Hea17)], [[4](#Bis06)].

El proceso metodológico se estructuró en cuatro fases:

1. identificación de conceptos algebraicos fundamentales;
2. análisis de su rol en diferentes arquitecturas de IA;
3. síntesis y construcción del marco conceptual;
4. validación computacional mediante la reproducción de operaciones algebraicas y comparación con su implementación en frameworks.

A continuación, se describen las fases y los procedimientos utilizados

## Tipo y enfoque de investigación

El estudio se fundamenta en el análisis y sistematización de literatura especializada en matemáticas para machine learning, deep learning y educación en ingeniería. Se revisaron textos fundamentales como Deisenroth et al. [[2](#Dei19)], Goodfellow et al. [[3](#Hea17)], Strang [[10](#Str16)] y Bishop [[4](#Bis06)], , junto con investigaciones recientes sobre la relación entre álgebra lineal y modelos de IA [[9](#Moy24)], [[11](#Bri25)]. Esta revisión permitió establecer un marco conceptual actualizado y consistente con la práctica computacional contemporánea.

El diseño metodológico integra dos dimensiones:

1. Dimensión conceptual: identificación y categorización de los conceptos algebraicos esenciales para representar y transformar datos en los modelos de IA.
2. Dimensión computacional: verificación de cómo estos conceptos se implementan en bibliotecas de programación y cómo influyen en el comportamiento de los modelos.

## Fuentes de información y criterios de selección

Las fuentes fueron seleccionadas según criterios de relevancia, actualidad (preferencia por literatura 2016–2025), rigor matemático y pertinencia educativa. Se incluyeron libros especializados, artículos científicos indexados, tesis, documentos técnicos y recursos en línea que explicaran la relación entre conceptos algebraicos y arquitecturas de IA.

La Tabla 1 sintetiza las categorías de fuentes y los criterios adoptados para su selección.

Tabla . Categorías de fuentes y criterios de selección utilizados en la investigación.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Categoría de Fuentes | Tipo de documentos | Ejemplos representativos | Criterios de selección |
| Literatura matemática fundamental | Libros de álgebra lineal y análisis matricial | Strang [[10](#Str16)], Deisenroth et al. [[2](#Dei19)] | Precisión formal, claridad conceptual |
| Literatura técnica en IA | Libros y artículos de deep learning y modelos avanzados | Goodfellow et al. [[3](#Hea17)], Bishop [[4](#Bis06)] | Actualidad y profundidad técnica |
| Investigación reciente en IA y educación | Artículos sobre matemáticas aplicadas, IA educativa y formación computacional | Moyano-Arias et al. [[9](#Moy24)], Brito et al. [[11](#Bri25)] | Pertinencia educativa y enfoque aplicado |
| Documentos técnicos y recursos digitales | Guías de TensorFlow, PyTorch, NumPy | TensorFlow Guides, PyTorch Docs [[12](#Ste23)] | Relación directa con implementación computacional |
| Estudios emergentes (2020-2025) | Tesis, informes y revisiones recientes | Pedraza-Caro [[1](#Ped)], Solano Silva et al. [[13](#Sol25)] | Enfoque interdisciplinario y actualización |

## Fase 1. Identificación de conceptos algebraicos relevantes

En esta fase se sistematizaron los conceptos fundamentales del álgebra lineal utilizados en arquitecturas modernas de IA. La identificación se basó en la revisión de literatura matemática y técnica [[2](#Dei19)]- [[4](#Bis06)], [[10](#Str16)].

Los conceptos se organizaron en cinco bloques temáticos (representación vectorial, transformaciones lineales, geometría de similitud, análisis espectral y álgebra tensorial), sintetizados en la Tabla 2.

*Tabla 2. Conceptos algebraicos identificados y su función operativa.*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Bloque conceptual** | **Elementos identificados** | **Función en IA** |
| **Representación vectorial** | Vectores, matrices, tensores | Estructuración de datos en espacios de alta dimensión |
| **Transformaciones lineales** | , operadores | Actualización de representaciones y propagación de señales |
| **Geometría de similitud** | Productos internos, normas, distancias | Comparación entre representaciones; atención |
| **Análisis espectral** | Autovalores, SVD, PCA | Reducción de dimensionalidad, estabilidad |
| **Álgebra tensorial** | Tensores multidimensionales | Computación paralela en GPU/ TPU |

## Fase 2. Análisis del rol del álgebra lineal en los modelos de inteligencia artificial

En esta fase se examinó la estructura algebraica interna de diversos modelos, identificando la operación lineal dominante que los caracteriza [[14](#Iba25)]. Este análisis mostrado en la Tabla 3, se basó en Goodfellow et al. [[3](#Hea17)], así como en documentación técnica reciente sobre CNN, Transformers y GNN.

Tabla . Operaciones algebraicas dominantes en modelos representativos de IA.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Modelo** | **Operación algebraica dominante** | **Ejemplo en arquitectura** | **Referencias** |
| **Redes Neuronales Profundas (DNN)** | Transformación lineal | Capas densas | [[3](#Hea17)] |
| **Redes Convolucionales (CNN)** | Producto interno local | Filtros y convoluciones | [[4](#Bis06)] |
| **Transformers** | Multiplicación matriz-matriz | Mecanismo de atención | [[3](#Hea17)] |
| **Redes Neuronales de Grafos (GNN)** | Propagación | Mensajes entre nodos | [[8](#Mac03)] |
| **PCA / SVD** | Descomposición matricial | Reducción de dimensionalidad | [[2](#Dei19)], [[4](#Bis06)] |

En cuanto a la relación entre los conceptos del álgebra lineal y las habilidades matemáticas, la Tabla 4 muestra cómo los distintos conceptos del álgebra lineal se aplican en diversas arquitecturas de inteligencia artificial, clasificando su grado de uso y permitiendo una interpretación transversal de las competencias matemáticas necesarias. Aunque cada modelo demanda estos conceptos en distinta medida, todos ellos resultan esenciales. Esta síntesis ofrece una herramienta útil para identificar las habilidades algebraicas que deben fortalecerse en la formación de futuros especialistas en IA.

Tabla . Competencias algebraicas requeridas por modelo de IA.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Concepto algebraico** | **DNN** | **CNN** | **Transformer** | **GNN** | **PCA / SVD** |
| Vectores y tensores | ●●● | ●●● | ●●● | ●●● | ●●● |
| Multiplicación de matrices | ●●● | ●●○ | ●●● | ●●● | ●●● |
| Productos internos | ●●○ | ●●● | ●●● | ●●○ | ●●● |
| Autovalores / autovectores | ●○○ | ●○○ | ●●○ | ●●● | ●●● |
| Operadores lineales | ●●● | ●●○ | ●●● | ●●● | ●●● |
| Descomposiciones matriciales | ●○○ | ●○○ | ●●○ | ●●○ | ●●● |
| *Leyenda*: ●●● = uso intensivo | ●●○ = uso moderado | ●○○ = uso básico | | | | | |

Este análisis permitió confirmar la existencia de una infraestructura algebraica unificada, donde modelos aparentemente distintos comparten el mismo núcleo matemático.

## Fase 3: Síntesis temática y construcción del marco conceptual

Los conceptos identificados se organizaron en un marco conceptual compuesto por cinco bloques temáticos interrelacionados. Su elaboración siguió tres etapas:

1. Clasificación de conceptos según su función.
2. Relación con arquitecturas analizadas.
3. Diseño de una malla conceptual representada en la Figura 1 (véase Fig. 1).



Figura . Marco conceptual del álgebra lineal en la inteligencia artificial: representación vectorial, transformaciones lineales, geometría de similitud, análisis espectral y álgebra tensorial.

Este marco facilita interpretar cómo el álgebra lineal articula la representación, transformación y propagación de información en la IA [[2](#Dei19)], [[8](#Mac03)].

## Fase 4: Validación y contraste computacional

Finalmente, se compararon operaciones algebraicas realizadas manualmente con sus equivalentes en NumPy, TensorFlow y PyTorch, siguiendo metodologías propuestas por Goodfellow et al. [[3](#Hea17)] y Bishop [[4](#Bis06)].

Las operaciones validadas incluyeron transformaciones lineales, convoluciones, atención , propagación en grafos y descomposiciones espectrales. La consistencia numérica entre los cálculos teóricos y computacionales confirmó la fidelidad de los frameworks a la formulación matemática.

La Tabla 5 resume las validaciones.

Tabla . Validación computacional de operaciones algebraicas fundamentales.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Operación** | **Modelo asociado** | **Correspondencia teórico-computacional** |
|  | DNN | Coincidencia exacta; confirmación de transformaciones lineales como núcleo de las DNN. |
| Convolución = producto interno | CNN | Resultados equivalentes y estables |
|  | Transformers | Estabilidad numérica |
|  | GNN | Propagación coherente |
| PCA / SVD | Análisis espectral | Descomposiciones idénticas |

# RESULTADOS

Los hallazgos del estudio muestran que el álgebra lineal constituye la base matemática que estructura el funcionamiento de las arquitecturas modernas de inteligencia artificial (IA). La combinación del análisis conceptual, la revisión de literatura especializada y la validación computacional permitió identificar cómo los modelos de aprendizaje profundo dependen de operaciones vectoriales, matriciales y espectrales para representar y transformar información en espacios de alta dimensión. La Tabla 6 presenta los principales resultados obtenidos.

Tabla . Síntesis de resultados del estudio sobre álgebra lineal e inteligencia artificial.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Eje de análisis** | **Resultados principales** | **Evidencia** |
| **Relación entre conceptos algebraicos y arquitecturas de IA** | Cada arquitectura depende de operaciones algebraicas específicas: (DNN), productos internos (CNN), (Transformers), (GNN) | Análisis conceptual; literatura [[2](#Dei19)], [[3](#Hea17)], [[4](#Bis06)], [[9](#Moy24)] |
| **Correspondencia matemática entre teoría e implementación computacional** | Las operaciones ejecutadas en NumPy, TensorFlow y PyTorch coinciden numéricamente con su formulación teórica | Validación en Tabla 5; ejemplos reproducidos; referencias [[3](#Hea17)], [[4](#Bis06)], [[12](#Ste23)] |
| **Marco conceptual integrado** | Se consolidaron cinco bloques temáticos: representación vectorial, transformaciones lineales, geometría de similitud, análisis espectral y álgebra tensorial | Figura 1; síntesis temática; literatura [[2](#Dei19)], [[8](#Mac03)] |
| **Transversalidad del álgebra lineal en la IA moderna** | Todas las arquitecturas analizadas comparten un núcleo algebraico común que estructura el aprendizaje. | Comparación global; literatura [[2](#Dei19)]- [[4](#Bis06)] |
| **Relevancia formativa** | El dominio del álgebra lineal aplicada es esencial para diagnosticar errores, interpretar modelos y diseñar nuevas arquitecturas de IA | Literatura educativa y técnica [[6](#Gir22)], [[9](#Moy24)], [[11](#Bri25)] |

Los resultados obtenidos confirman que el álgebra lineal es la estructura matemática indispensable para el funcionamiento de los modelos contemporáneos de IA. A pesar de las diferencias entre arquitecturas como DNN, CNN, Transformers y GNN, todas operan sobre un conjunto de principios algebraicos compartidos. Por ejemplo, las transformaciones lineales sustentan el aprendizaje en redes densas, los productos internos organizan la extracción de características en redes convolucionales y la operación define la similitud entre representaciones en los modelos Transformer [[3](#Hea17)], [[4](#Bis06)]. A su vez, la propagación mediante evidencia el rol de las matrices de adyacencia en las redes de grafos [[9](#Moy24)].

Esta convergencia demuestra que la IA moderna puede entenderse como un sistema algebraico implementado computacionalmente, en línea con los planteamientos de Goodfellow et al. [[3](#Hea17)] y Bishop [[4](#Bis06)]. La validación computacional refuerza este hallazgo, ya que todas las operaciones teóricas fueron reproducidas con precisión en NumPy, PyTorch y TensorFlow, confirmando la fidelidad de los frameworks a la formulación algebraica subyacente. Este aspecto tiene implicaciones directas para la enseñanza, puesto que evidencia la necesidad de integrar el análisis algebraico con la experimentación programada.

Asimismo, el marco conceptual derivado del análisis (organizado en cinco bloques temáticos) constituye un aporte estructurado que facilita comprender la función específica de cada concepto algebraico dentro de la IA. Su representación visual (Figura 1) permite articular los componentes esenciales: desde la representación vectorial hasta las transformaciones lineales, la geometría de similitud, el análisis espectral y el álgebra tensorial. Esta síntesis temática concuerda con estudios recientes que abogan por una visión integrada del álgebra lineal en la formación de especialistas en machine Learning [[9](#Moy24)], [[11](#Bri25)].

Finalmente, los resultados revelan una brecha formativa significativa: aunque las bibliotecas de IA permiten entrenar modelos sin comprender las operaciones internas, esta práctica limita la capacidad para diagnosticar errores, interpretar resultados o desarrollar nuevas arquitecturas. La literatura en educación tecnológica advierte que la falta de dominio conceptual del álgebra lineal conduce a un uso superficial de las herramientas, convirtiendo los modelos en “cajas negras” [[6](#Gir22)]. En este sentido, los hallazgos del estudio ponen de relieve la urgencia de replantear la enseñanza del álgebra lineal para alinearla con las demandas del aprendizaje profundo y la ingeniería computacional contemporánea.

En conjunto, los resultados y su discusión muestran que el álgebra lineal no solo fundamenta matemáticamente las arquitecturas de IA, sino que también orienta la comprensión, interpretación y diseño de modelos avanzados. Esta evidencia constituye la base para las implicaciones educativas presentadas en la siguiente sección.

# Implicaciones educativas

Los resultados del estudio ponen de manifiesto la necesidad de replantear la enseñanza del álgebra lineal en programas de ingeniería y ciencias computacionales, incorporando enfoques que conecten de manera explícita los conceptos algebraicos con su aplicación en modelos modernos de inteligencia artificial (IA). La evidencia señala que la comprensión de operaciones como transformaciones lineales, productos internos, descomposiciones espectrales y propagación en grafos no debe limitarse al plano procedimental, sino integrarse con su interpretación geométrica y computacional, tal como sugieren Goodfellow et al. [[3](#Hea17)] y Bishop [[4](#Bis06)].

En primer lugar, se identifica la importancia de incluir estrategias pedagógicas que vinculen teoría y práctica mediante actividades de experimentación directa en frameworks como NumPy, TensorFlow y PyTorch. Estas experiencias permiten al estudiantado evidenciar la correspondencia entre las formulaciones algebraicas y su ejecución computacional, superando el aprendizaje basado en “cajas negras” que caracteriza la formación tradicional en IA [[6](#Gir22)]. La validación computacional realizada en este estudio demuestra que esta integración facilita la comprensión de fenómenos críticos como la estabilidad numérica, la propagación del gradiente o la estructura de las representaciones vectoriales.

En segundo lugar, el marco conceptual construido a partir de los cinco bloques temáticos (representación vectorial, transformaciones lineales, geometría de similitud, análisis espectral y álgebra tensorial) puede funcionar como una herramienta didáctica para estructurar cursos, unidades de aprendizaje y materiales educativos. Este enfoque permite al estudiantado comprender la relación entre los conceptos algebraicos y su impacto en distintas arquitecturas, fomentando un aprendizaje interdisciplinario orientado a la resolución de problemas reales en IA.

Finalmente, las implicaciones educativas subrayan la necesidad de fortalecer habilidades matemáticas avanzadas dentro de la formación profesional, especialmente en programas orientados al desarrollo de software, ciencia de datos e inteligencia artificial. Incorporar ejercicios de visualización geométrica, análisis de modelos, simulación y diseño de experimentos computacionales contribuye a desarrollar una comprensión más profunda de los sistemas de IA y, al mismo tiempo, formar profesionales capaces de crear, evaluar y mejorar algoritmos desde sus fundamentos matemáticos.

# CONCLUSIONes

El estudio confirma que el álgebra lineal es la base matemática que estructura el funcionamiento de las principales arquitecturas de inteligencia artificial (IA), incluyendo DNN, CNN, Transformers y GNN. Los resultados muestran que operaciones como transformaciones lineales, productos internos y descomposiciones espectrales son indispensables para la representación y propagación de información en estos modelos. La validación computacional demostró una coincidencia exacta entre la formulación algebraica y su implementación en frameworks como NumPy, TensorFlow y PyTorch, evidenciando la solidez de estos fundamentos en el aprendizaje profundo. A nivel formativo, los hallazgos subrayan la necesidad de integrar el álgebra lineal aplicada en la enseñanza de ingeniería y ciencias computacionales mediante enfoques que combinen teoría, visualización y experimentación. Esto permitiría desarrollar competencias más profundas para interpretar, optimizar y diseñar modelos de IA con bases matemáticas sólidas.

# referencias

x

|  |  |
| --- | --- |
| [1] | J. D. Pedraza-Caro, "La inteligencia artificial en la sociedad: explorando su impacto actual y los desafíos futuros," Universidad Politécnica de Madrid, TFG 2023. [Online]. <https://oa.upm.es/75068/1/TFG_JAROD_DAVID_PEDRAZA_CARO.pdf> |
| [2] | M. Deisenroth, A. A. Faisal, and C. S. Ong, *Mathematics for Machine Learning*.: Cambridge University Press, 2019. |
| [3] | I. Goodfellow, Y. Bengio, and A. Courville, *Deep learning*.: MIT Press, 2016. |
| [4] | C. M. Bishop, *Pattern Recognition and Machine Learning*.: Springer, 2006. [Online]. <https://link.springer.com/book/9780387310732> |
| [5] | A. Wind, C. D. Mora, and D. Quintero, Eds., *Reflexión Crítica sobre lA. Interpretación interdisciplinaria y pedagógica sobre el escenario tecnológico actual*., 2025. [Online]. <https://d1wqtxts1xzle7.cloudfront.net/124615966/Libro_sobre_Inteligencia_Artificial_Astrid_Wind_Castor_David_Mora_y_Daniel_Quintero_editores.pdf> |
| [6] | X. Giró-Gràcia and J. M. Sancho-Gil, "La Inteligencia Artificial en la educación: Big data, cajas negras y solucionismo tecnológico," *Revista Latinoamericana De Tecnología Educativa - RELATEC*, vol. 21, no. 1, pp. 129-145, 2022. |
| [7] | J. C. Jiménez-Revuelta, "Modelos Grandes de Lenguaje y aplicaciones a la generación automática de texto," Universidad de Sevilla, TFG 2023. [Online]. <https://idus.us.es/server/api/core/bitstreams/c9feaa9c-5acf-4ba1-b53a-84da6ee092ae/content> |
| [8] | D. J. C. MacKay, *Information Theory, Inference, and Learning Algorithms*.: Cambridge University Press, 2003. |
| [9] | R. J. Moyano-Arias, E. G. Salazar-Alvarez, and V. M. Toalombo-Vargas, "El rol del Álgebra lineal en el desarrollo de algoritmos de machine learning," *MQRInvestigar*, vol. 8, no. 4, pp. 3693–3718, 2024. |
| [10] | G. Strang, *Introduction to Linear Algebra.*, 5th ed.: Wellesley-Cambridge Press, 2016. [Online]. [math.mit.edu/linearalgebra](%20math.mit.edu/linearalgebra) |
| [11] | C. Brito, S. Cargua, M. Vera, and E. Gualsaquí, "Álgebra lineal avanzada y su rol en el aprendizaje de algoritmos de machine learning," *Reincisol*, vol. 4, no. 7, pp. 3440-3466, 2025. |
| [12] | S. Cristina. (2023) How to Implement Scaled Dot-Product Attention from Scratch in TensorFlow and Keras. [Online]. <https://machinelearningmastery.com/how-to-implement-scaled-dot-product-attention-from-scratch-in-tensorflow-and-keras/> |
| [13] | W. J. Solano Silva, M. E. Cepeda Morales, K. N. Yela Herrera, A. L. Bernita Teran, and E. M. Arguello García, "El Papel del Álgebra Lineal en el Aprendizaje Profundo, en el Nivel de Bachillerato de la ciudad de Quito," *PP*, vol. 2, no. 2, pp. 199–217, 2025. |
| [14] | M. A. Ibarra Martínez, C. G. Mendoza Arce, and M. E. López Delgado, "Uso de las matemáticas en modelos de inteligencia artificial," *Cienc. educ. (Holguin)*, vol. 6, no. 6.1, pp. 361 - 374, 2025. [Online]. <https://doi.org/10.5281/zenodo.17051987> |

x